

**Olimpiada de matematică – clasa a X-a  
etapa zonală – 11 februarie 2012**

1. Arătați că pentru orice  $a, b \in (0, \infty) \setminus \{1\}$  are loc inegalitatea  
 $\log_a^2 b + \log_b^2 a \geq \log_a b + \log_b a$

2. Rezolvați în mulțimea  $\mathbb{R}$  sistemul: 
$$\begin{cases} 2^x + 3^y = 3 \\ 4^x + 9^y = 5 \end{cases}$$

3. Rezolvați în mulțimea numerelor complexe ecuația

$$|z - 2012| + |z + 2012| = 4024$$

4. Determinați toate funcțiile  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  cu proprietatea că  $f(x + f(y)) = y + f(x)$  pentru orice  $x, y \in \mathbb{R}$ .

**Timp de lucru: 3 ore**

**Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7**

Csapó Hajnalka, Páll Olga, Tamási Csaba